<u>Préalable</u> : sauf mention contraire, les distances sont exprimées en mètres (m), les forces en Newtons (N) et les moments – ou couples – en Newton mètre (N.m).

EXERCICE 1 (coordonnées cartésiennes de points, composantes de vecteurs)

Soit $A(0\,;0\,;0)$, $B(0\,;10\,;0)$, $C(20\,;0\,;0)$, $D(5\,;5\,;0)$ et $G(-40\,;0\,;26)$ cinq points de l'espace euclidien muni d'un repère orthonormé direct $R(A,x,y,z)$.

a) Calculer dans $R(A,x,y,z)$ les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CG}$.

☞ *Présenter les résultats en vecteurs « colonne ».*

Lorsqu'on dispose de deux points définis par leurs coordonnées cartésiennes et qu'on souhaite avoir les composantes d'un vecteur formé à partir d'eux, c'est simple : on fait « <u>extrémité moins origine</u> ».

$$\overrightarrow{AB}\begin{vmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0-0 \\ 10-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{AC}\begin{vmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \\ z_C - z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20-0 \\ 0-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{AD}\begin{vmatrix} x_D - x_A \\ y_D - y_A \\ z_D - z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5-0 \\ 5-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{AG}\begin{vmatrix} x_G - x_A \\ y_G - y_A \\ z_G - z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -40-0 \\ 0-0 \\ 26-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -40 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{BC}\begin{vmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \\ z_C - z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20-0 \\ 0-10 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{BD}\begin{vmatrix} x_D - x_B \\ y_D - y_B \\ z_D - z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5-0 \\ 5-10 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{BG}\begin{vmatrix} x_G - x_B \\ y_G - y_B \\ z_G - z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -40-0 \\ 0-10 \\ 26-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -40 \\ -10 \\ 26 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{CD}\begin{vmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \\ z_D - z_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5-20 \\ 5-0 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -15 \\ 5 \\ 0 \end{vmatrix} \qquad \overrightarrow{CG}\begin{vmatrix} x_G - x_C \\ y_G - y_C \\ z_G - z_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -40-20 \\ 0-0 \\ 26-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -60 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix}$$

b) Calculer dans $R(A,x,y,z)$ les composantes des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$.

$$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} = -\begin{vmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix}$$

ou

$$\overrightarrow{BA}\begin{vmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \\ z_A - z_B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0-0 \\ 0-10 \\ 0-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix}$$ **(« extrémité moins origine »)**

$$\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} 20 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix}$$

ou

$$\vec{u} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 20 \\ -10 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

EXERCICE 2 (transport)

Soit $\{F\} = \begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{D\ R}$ un torseur glisseur exprimé au point D dans le repère $R(A,x,y,z)$.

a) Transporter $\{F\}$ en A, B et C à partir de son expression initiale en D.

Transporter un torseur consiste à recalculer son moment (« colonne de droite ») ; sa résultante, colonne de gauche, est un invariant ; elle ne change jamais, quel que soit le point où est exprimé le torseur.

→ Transport de $\{F\}$ en A :

La formule de base à écrire est celle-là : $\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_D} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{F}$

Avec : $\overrightarrow{F}$ la résultante (colonne de gauche),

$\overrightarrow{M_D}$ le moment (colonne de droite) du torseur exprimé au point D,

$\overrightarrow{M_A}$ le moment (colonne de droite) du torseur exprimé au point A.

Donc :

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_D} + \overrightarrow{AD} \wedge \overrightarrow{F}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 100 \\ 200 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1000 - 500 \end{vmatrix}$$

← Attention : le produit est prioritaire sur la somme

Il faut faire le produit en premier…

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 500 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_A} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 500 \end{vmatrix}$$

Résultante (invariant, il suffit de la réécrire)

Moment (il a été calculé)

Au final, on a : $\{F\} = \begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & 500 \end{Bmatrix}_{A\ R}$

→ Transport de $\{F\}$ en B :

$$\overrightarrow{M_B} = \overrightarrow{M_D} + \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{F}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 5 \\ -5 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 100 \\ 200 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1000-(-500) \end{vmatrix}$$ **← Attention au signe…**

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_B} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix}$$

Au final, on a : $$\{F\} = {}_B\begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & 1500 \end{Bmatrix}_R$$

→ Transport de $\{F\}$ en C :

$$\overrightarrow{M_C} = \overrightarrow{M_D} + \overrightarrow{CD} \wedge \overrightarrow{F}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -15 \\ 5 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 100 \\ 200 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (-3000)-500 \end{vmatrix}$$ **← Attention au signe…**

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -3500 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_C} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -3500 \end{vmatrix}$$

Au final, on a : $$\{F\} = {}_C\begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & -3500 \end{Bmatrix}_R$$

b) Transporter $\{F\}$ en C à partir de son expression en B trouvée précédemment.

On nous propose de partir de l'expression suivante : $\{F\} = {}_B\begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & 1500 \end{Bmatrix}_R$

$$\overrightarrow{M_C} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{F}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -20 \\ 10 \\ 0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 100 \\ 200 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ (-4000) - 1000 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -5000 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 - 5000 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_C} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -3500 \end{vmatrix}$$

Au final, on a : $\{F\} = {}_C\begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 200 & 0 \\ 0 & -3500 \end{Bmatrix}_R$

=> ON CONSTATE QUE L'EXPRESSION en C de $\{F\}$ est la même que précédemment.

EXERCICE 3 (transport)

Soit $\{P\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{G\ R}$ un torseur glisseur exprimé au point G et $\{F_u\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & -30 \\ Y_F & M_F \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{F\ R}$ un autre torseur exprimé au point D dans le repère $R(A,x,y,z)$. On donne $F(x_F\ ; -60\ ; z_F)$.

a) Transporter $\{P\}$ en A.

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_G} + \overrightarrow{AG} \wedge \overrightarrow{P}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -40 \\ 0 \\ 26 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ -m \cdot g \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0-(26 \times (-m \cdot g)) \\ 0-0 \\ ((-40) \times (-m \cdot g)) - 0 \times 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} +26 \cdot m \cdot g \\ 0 \\ +40 \cdot m \cdot g \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_A} = \begin{vmatrix} 26 \cdot m \cdot g \\ 0 \\ 1500 + 40 \cdot m \cdot g \end{vmatrix}$$

Au final, on a : $\{P\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 26 \cdot m \cdot g \\ -m \cdot g & 0 \\ 0 & 1500 + 40 \cdot m \cdot g \end{matrix} \right\}_{A\ R}$

b) Transporter $\{F_u\}$ en A.

$\{F_u\}$ est initialement donné au point F et on le veut au point A.

Le calcul du moment se fait à l'aide de la relation $\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_F} + \overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{F}$, $\overrightarrow{F}$ étant la résultante (colonne de gauche).

On voit qu'on va avoir besoin du vecteur distance $\overrightarrow{AF}$ et on commence donc par le trouver ; pour cela, on dispose des coordonnées cartésiennes des points : $A(0\,;0\,;0)$ et $F(x_F\,;-60\,;z_F)$

$$\overrightarrow{AF}\begin{vmatrix} x_F - x_A \\ y_F - y_A \\ z_F - z_A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_F - 0 \\ -60 - 0 \\ z_F - 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_F \\ -60 \\ z_F \end{vmatrix}$$ **(« Extrémité moins origine »)**

On peut maintenant calculer le moment en A : (on rappelle qu'on donne $\{F_u\} = {}_F\begin{Bmatrix} 0 & -30 \\ Y_F & M_F \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_R$)

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_A} &= \overrightarrow{M_F} + \overrightarrow{AF} \wedge \overrightarrow{F} \\ &= \begin{vmatrix} -30 \\ M_F \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_F \\ -60 \\ z_F \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_F \\ 0 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -30 \\ M_F \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -z_F \cdot Y_F \\ 0 \\ x_F \cdot Y_F \end{vmatrix} \end{aligned}$$

🡐 On remarque ici l'importance de bien respecter les lettres majuscules / minuscules, tout comme l'importance de bien différentier celles qui sont en indice de celles qui ne le sont pas.

$$\overrightarrow{M_A} = \begin{vmatrix} -30 - z_F \cdot Y_F \\ M_F \\ x_F \cdot Y_F \end{vmatrix}$$

Au final, on a : $\{F_u\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & -30 - z_F \cdot Y_F \\ Y_F & M_F \\ 0 & x_F \cdot Y_F \end{Bmatrix}_R$

EXERCICE 4 (transport)

Soit $\{C_m\} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_m \end{Bmatrix}_R$ un torseur couple.

a) Transporter $\{C_m\}$ en A.

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B} + \overrightarrow{AB} \wedge \vec{0}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ C_m \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ C_m \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_A} = \overrightarrow{M_B}$$

Au final, on a : ${}_A\{C_m\} = {}_B\{C_m\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_m \end{Bmatrix}_R$

b) En déduire (expliquer) l'invariance d'un torseur couple au regard du point où il est écrit.

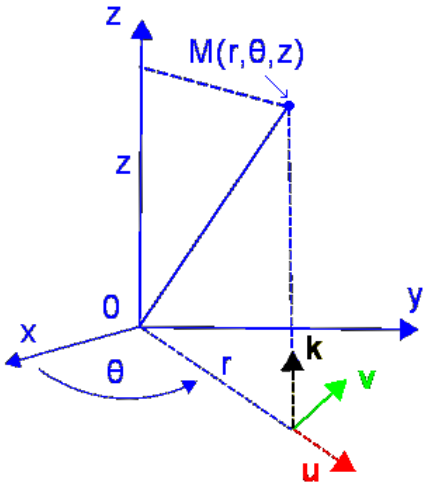
Quel que soit le point où il est écrit, <u>un torseur couple est invariant</u> (sa résultante bien sur, mais aussi son moment) ; ceci est du au fait que la résultante est multipliée par le vecteur nul.

D'un point de vue pratique, le transport d'un torseur couple ne nécessite pas calcul ; il suffit de l'écrire tel quel, quel que soit le point.

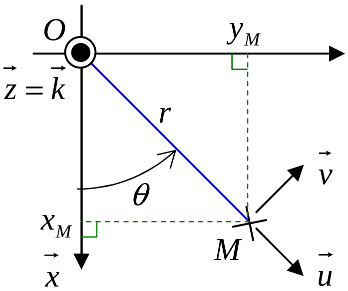
EXERCICE 5 (coordonnées cylindriques de points, transport)

Soit $\{F\} = {}_M\left\{\begin{matrix} X_F & -180 \\ 0 & 0 \\ 1500 & 0 \end{matrix}\right\}_R$ un torseur exprimé au point M dans le repère $R(O,x,y,z)$ ci-contre.

Le point M est repéré par ses coordonnées cylindriques r, θ et z : $M(20\ ;30°\ ;100)$



a) Déterminer les coordonnées cartésiennes x_M, y_M et z_M du point M dans le repère $R(O,x,y,z)$.



Quand on n'a pas trop l'habitude (et même quand on l'a), il est conseillé de faire une figure, ici dans le plan (XY).

Cela permet de voir et donc d'établir les relations entre les coordonnées cartésiennes x_M et y_M et les coordonnées cylindriques (ou polaires dans le plan) r et θ.

Par définition du cosinus, on a : $\cos\theta = \dfrac{x_M}{r} \Leftrightarrow x_M = r\cdot\cos\theta = 20\cdot\cos 30° = 17{,}3\ m$

Par définition du sinus, on a : $\sin\theta = \dfrac{y_M}{r} \Leftrightarrow y_M = r\cdot\sin\theta = 20\cdot\sin 30° = 10\ m$

Attention, on travaille ici avec un angle orienté (ça impacte le signe des composantes…).

Les coordonnées cartésiennes du point M sont donc : $M(17{,}3\ ;10\ ;100)$

b) Transporter $\{F\}$ en O.

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{M_M} + \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} -180 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 17{,}3-0 \\ 10-0 \\ 100-0 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} X_F \\ 0 \\ 1500 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -180 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 15000 \\ 100\cdot X_F - 17{,}3\times 1500 \\ -10\cdot X_F \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_O} = \begin{vmatrix} -14820 \\ 100\cdot X_F - 25950 \\ -10\cdot X_F \end{vmatrix} \Rightarrow \{F\} = {}_O\left\{\begin{matrix} X_F & -14820 \\ 0 & 100\cdot X_F - 25950 \\ 1500 & -10\cdot X_F \end{matrix}\right\}_R$$

EXERCICE 6 (composantes variables, transport, intensité de vecteurs)

On note :

- $\Rightarrow$ t la variable temps (le temps qui passe),
- $\Rightarrow$ $O(0\,;0\,;0)$ l'origine du repère $R(O,x,y,z)$.

Soit $\{K_{1\to 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{K1\to 2} \\ Y_{K1\to 2} & -20 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{K\,R}$ un torseur exprimé au point K dans le repère $R(O,x,y,z)$.

Le point K est repéré par ses coordonnées cartésiennes $x_K = -100$ (constant), $y_K = 0$ (constant) et $z_K = 3\cdot t + 10$ (variable en fonction du temps t) ; on a donc $K(-100\,;0\,;3\cdot t+10)$.

On donne $Y_{K1\to 2} = 8\cdot\sqrt{t}$ et $L_{K1\to 2} = -4\ N\ m$

a) Déterminer les composantes du vecteur distance $\overrightarrow{OK(t)}$ dans le repère $R(O,x,y,z)$.

On fait tout simplement « extrémité moins origine » :

$$\overrightarrow{OK(t)} = \begin{vmatrix} x_K(t)-x_O(t) \\ y_K(t)-y_O(t) \\ z_K(t)-z_O(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_K(t)-0 \\ y_K(t)-0 \\ z_K(t)-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_K(t) \\ y_K(t) \\ z_K(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_K(t) \\ y_K(t) \\ z_K(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -100 \\ 0 \\ 3\cdot t+10 \end{vmatrix}$$

b) Transporter $\{K_{1\to 2}\}$ en O.

$$\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{M_K} + \overrightarrow{OK} \wedge \overrightarrow{K}$$

$$= \begin{vmatrix} L_{K1\to 2} \\ -20 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -100 \\ 0 \\ 3\cdot t+10 \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} 0 \\ Y_{K1\to 2} \\ 0 \end{vmatrix} \quad \Rightarrow \quad \{K_{1\to 2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{K1\to 2} - Y_{K1\to 2}(3\cdot t+10) \\ Y_{K1\to 2} & -20 \\ 0 & -100\cdot Y_{K1\to 2} \end{Bmatrix}_{O\,R}$$

$$= \begin{vmatrix} L_{K1\to 2} \\ -20 \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -Y_{K1\to 2}(3\cdot t+10) \\ 0 \\ -100\cdot Y_{K1\to 2} \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{M_O} = \begin{vmatrix} L_{K1\to 2} - Y_{K1\to 2}(3\cdot t+10) \\ -20 \\ -100\cdot Y_{K1\to 2} \end{vmatrix}$$

c) Donner l'expression des intensités $K_{1\to 2}$ et $M_O(K_{1\to 2})$ des éléments de réduction $\overrightarrow{K_{1\to 2}}$ et $\overrightarrow{M_O(K_{1\to 2})}$ du torseur $\{K_{1\to 2}\}$ en fonction du temps t.

Pour la résultante $\overrightarrow{K_{1\to 2}}$:

$$K_{1\to 2} = \sqrt{X^2_{K1\to 2} + Y^2_{K1\to 2} + Z^2_{K1\to 2}} = \sqrt{0^2 + Y^2_{K1\to 2} + 0^2} = \sqrt{\left(8\cdot\sqrt{t}\right)^2} = \sqrt{8^2\cdot t} = 2\cdot\sqrt{2\cdot t}$$

On rappelle que $\sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = \sqrt{4}\times\sqrt{2} = 2\cdot\sqrt{2}$

$$K_{1\to 2} = 2\cdot\sqrt{2\cdot t}$$

Pour le moment $\overrightarrow{M_O(K_{1\to 2})}$:

$$M_O(K_{1\to 2})^2 = \left(-4-8\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)\right)^2+(-20)^2+\left(-100\times 8\cdot\sqrt{t}\right)^2$$

$$=(-4)^2+\left(8\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)\right)^2-2\times(-4)\times\left(8\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)\right)+400+640000\cdot t$$

$$=416+64\cdot t\cdot\left(9\cdot t^2+100+60\cdot t\right)+64\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)+640000\cdot t$$

$$=416+576\cdot t^3+6400\cdot t+3840\cdot t^2+64\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)+640000\cdot t$$

$$M_O(K_{1\to 2})^2 = 416+576\cdot t^3+3840\cdot t^2+646400\cdot t+64\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)$$

$$M_O(K_{1\to 2})=\sqrt{416+576\cdot t^3+3840\cdot t^2+646400\cdot t+64\cdot\sqrt{t}\cdot(3\cdot t+10)}$$

d) Calculer les intensités pour $t=0\ s$, $t=1\ s$ et $t=2\ s$.

$$K_{1\to 2(t=0)}=2\cdot\sqrt{2\times 0}=0\ N$$

$$K_{1\to 2(t=1)}=2\cdot\sqrt{2\times 1}=2{,}83\ N$$

$$K_{1\to 2(t=2)}=2\cdot\sqrt{2\times 2}=4\ N$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=0}=\sqrt{416+576\times 0^3+3840\times 0^2+646400\times 0+64\cdot\sqrt{0}\times(3\times 0+10)}$$

$$=\sqrt{416+0+0+0+0}$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=0}=20{,}4\ N\cdot m$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=1}=\sqrt{416+576\times 1^3+3840\times 1^2+646400\times 1+64\cdot\sqrt{1}\times(3\times 1+10)}$$

$$=\sqrt{416+576+1840+646400+832}$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=1}=806{,}3\ N\cdot m$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=2}=\sqrt{416+576\times 2^3+3840\times 2^2+646400\times 2+64\cdot\sqrt{2}\times(3\times 2+10)}$$

$$=\sqrt{416+4608+15360+1{,}3\cdot 10^6+1448}$$

$$M_O(K_{1\to 2})_{t=2}=1149{,}7\ N\cdot m$$